

# 2018年度 物理学基礎論B レポート

田中 耕一郎

2018.11.17

以下の1から4の問いに答えよ。解答は12月3日14時までに全学共通科目レポートボックスに提出のこと。

問い合わせは以下のメールアドレスに：

kochan@scphys.kyoto-u.ac.jp

## 1 ベクトル解析

以下のベクトル解析の公式をレビ・チビタの記号を用いて証明せよ。ただし、 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}$ はベクトル場、 $\phi$ はスカラー場である。

- (1)  $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$
- (2)  $\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$
- (3)  $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0$

## 2 一様に帯電した球がつくる電場

一様な電荷密度  $\rho$  で帯電した半径  $a$  の球が原点に置かれているとする。

- (1) 原点からの距離  $r$  における電場の大きさと向きを、 $r \geq a$  と  $r < a$  の場合にわけて求めよ。
- (2) この時の電場の大きさの距離  $r$  依存性を図示せよ。
- (3)  $r < a$  の場合に電場の発散 ( $\nabla \cdot \mathbf{E}$ ) の値を求めよ。

## 3 静電ポテンシャル

3次元空間に  $\phi(\mathbf{r}) = kx^2$  で示される静電ポテンシャルがあるとする。

- (1) 電場  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  を求めよ。
- (2) 原点  $(0, 0, 0)$ 、 $(a, 0, 0)$ 、 $(0, a, 0)$ 、 $(0, 0, a)$  を隣接する4つの角とする一辺  $a$  の立方体の中にどれだけの電荷が入っているか？

## 4 分極がつくる静電ポテンシャルと電場

原点を重心位置として、正と負の電荷、 $+q$  と  $-q$ 、が距離  $\delta$  だけ離れて置かれている。 $-q$  から  $+q$  への向きの単位ベクトルを  $\mathbf{e}$  とした時、 $\mathbf{p} = q\delta\mathbf{e}$  を電気分極と呼ぶ。原点より十分遠い場所 ( $|\mathbf{r}| \gg \delta$ ) における以下の物理量を求めよ。

- (1)  $\mathbf{p}$  が点  $\mathbf{r}$  につくる静電ポテンシャル  $\phi(\mathbf{r})$
- (2)  $\mathbf{p}$  が点  $\mathbf{r}$  につくる電場  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$