

電磁気学4 レポート

締め切り 2009年12月22日(火曜日) 5号館118号室に提出

1. 右図のように、 \mathbf{n}_1 の媒質から \mathbf{n}_2 の媒質に角度 θ_1 で電磁波が入射するときの反射・透過の問題を考える。下記のように入射波、屈折波、反射波を書くことにする

入射波 $\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_i^0 e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{x} - i\omega t}$

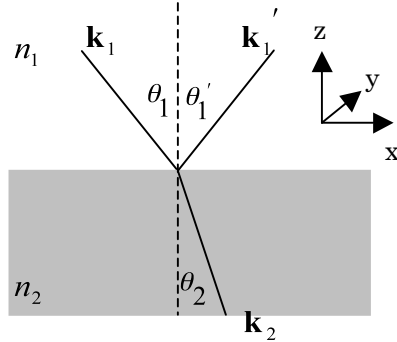
$$\mathbf{B}_i = \frac{\mathbf{k}_1}{\omega} \times \mathbf{E}_i$$

屈折波 $\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_t^0 e^{i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{x} - i\omega t}$

$$\mathbf{B}_t = \frac{\mathbf{k}_2}{c} \times \mathbf{E}_t$$

反射波 $\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_r^0 e^{i\mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{x} - i\omega t}$

$$\mathbf{B}_r = \frac{\mathbf{k}'_1}{c} \times \mathbf{E}_r$$



(1) $\rho = 0$, $\mathbf{i} = 0$, および \mathbf{E} がすべて入射面内 (xz 面内) にあるとき、Maxwell の境界条件をつかって反射係数と透過係数が下記で与えられることを示せ。

$$r_{12}^p = \frac{|\mathbf{E}_r^0|}{|\mathbf{E}_i^0|} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

$$t_{12}^p = \frac{|\mathbf{E}_t^0|}{|\mathbf{E}_i^0|} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

(2) 逆に媒質2から媒質1に電磁波が角度 θ_2 で入射する場合を考える。このときの透過係数、反射係数を t' , r' とすると、媒質1から媒質2に電磁波が角度 θ_1 で入射する場合の透過係数、反射係数 t , r との間に下記の関係 (ストークスの関係式) が成り立つことを示せ。

$$-r = r'$$

$$tt' + r^2 = 1$$

(3) エネルギー透過率 T 、反射率 R が下記で与えられることを示せ。

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{n_2}{n_1} t^2 \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} = \frac{4n_1 n_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{(n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2)^2}$$

$$R = \frac{I_r}{I_i} = r^2 = \left(\frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} \right)^2$$

また、このとき $T + R = 1$ が成り立つことを示せ。

2. 薄膜の透過と反射について考える。

(1) 真空中においた厚さ d の薄膜（複素屈折率 n ）に光が入射する場合を考える。この場合、膜中での多重反射を考慮する必要がある。多重反射を考慮した場合の薄膜の反射係数 r_{121} と透過係数 t_{121} は、無限級数を計算することで、

$$r_{121} = \frac{r_{12}(1 - e^{i\phi})}{1 - r_{12}^2 e^{i\phi}}$$

$$t_{121} = \frac{(1 - r_{12}^2) e^{i\xi}}{1 - r_{12}^2 e^{i\phi}}$$

となることを示せ。ただし、

$$\phi = \frac{2d}{\cos\theta_2} \frac{n\omega}{c} \left(1 - \frac{1}{n} \sin\theta_1 \right)$$

$$\xi = \frac{d}{\cos\theta_2} \frac{n\omega}{c}$$

である。

(2) 垂直入射の場合反射係数はどうなるか？ また、このとき膜厚 d を変化させると反射係数はどうなるか？

(3) 吸収がない周波数領域の場合は、 n は実数であるので、 ϕ も ξ も実数となる。この場合にエネルギー保存則

$$|r_{121}|^2 + |t_{121}|^2 = 1$$

が成り立つことを示せ。